

TRANSFORMASI FUNGSI

1. Transformasi adalah perubahan posisi dan atau ukuran suatu objek, baik berupa titik, garis, kurva, ataupun bidang.
2. Translasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan arah dan jarak tertentu atau biasa pergeseran.

- Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

- Bentuk matriks translasi $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
 - $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ disebut sebagai komponen translasi, dengan konstanta a adalah pergeseran secara horizontal dan b adalah pergeseran secara vertikal.
3. Refleksi adalah transformasi yang memindahkan tiap titik dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin (pencerminan). Suatu refleksi disimbolkan sebagai M_a untuk a sebagai sumbu cermin.

- Sifat refleksi
 - a. Jarak titik semula dengan cermin sama dengan jarak cermin dengan titik bayangan.
 - b. Garis penghubung dari titik semula dengan titik bayangan bersifat tegak lurus terhadap cermin.
 - c. Garis-garis yang terbentuk antara titik semula dengan titik bayangan akan saling sejajar.
- Jenis refleksi
 - a. Titik $A(x, y)$ direfleksikan terhadap sumbu x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_a} A'(x', y')$$

$$\text{Bentuk matriks refleksi } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dapat dituliskan refleksi dari $A(x, y)$ terhadap sumbu x adalah $A'(x, -y)$

- b. Titik $A(x, y)$ direfleksikan terhadap sumbu y menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_a} A'(x', y')$$

$$\text{Bentuk matriks refleksi } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dapat dituliskan refleksi dari $A(x, y)$ terhadap sumbu x adalah $A'(-x, y)$

4. Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak dari titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu.

- Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $(0, 0)$, kemudian menghasilkan bayangan di titik (x', y') , maka persamaan umum dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Titik (x, y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat (a, b) , kemudian menghasilkan bayangan di titik (x', y') , maka persamaan umum dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -a \\ y & -b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

5. Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada suatu daerah dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu. Rotasi pada suatu bidang ditentukan oleh beberapa hal:

- titik pusat rotasi
- besar sudut rotasi
- arah sudut rotasi
 - a. Jika arah rotasi diputar searah jarum jam maka besar sudut rotasinya negatif $(-\alpha)$.
 - b. Jika arah rotasi diputar berlawanan arah jarum jam maka besar sudut rotasinya positif (α) .
- Jenis rotasi

- a. Jika koordinat titik semula $A(x, y)$ akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat $(0, 0)$ akan menghasilkan bayangan.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- b. Jika koordinat titik semula $A(x, y)$ akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat (a, b) akan menghasilkan bayang

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -a \\ y & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$